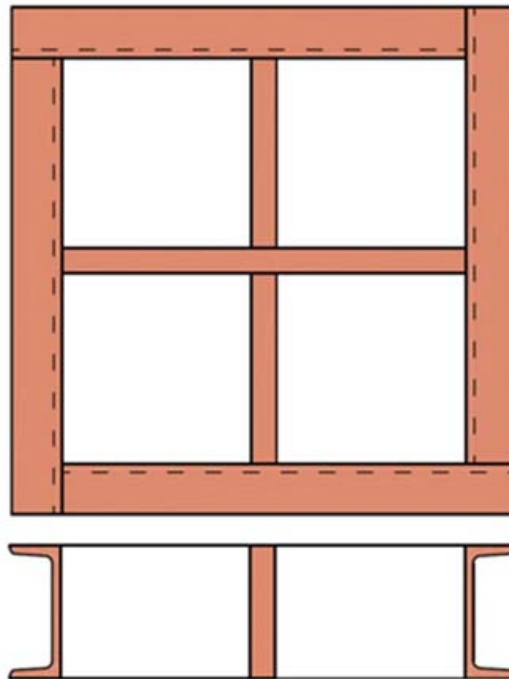


Stahlpilze zu FIDECA[®] Durchstanzsystem



FISCHER RISTA AG
Hauptstrasse 90
Postfach
5734 Reinach AG

Tel 062 - 288 15 75
Fax 062 - 288 15 76
info@fischer-rista.ch
www.fischer-rista.ch

Tragmodell für Stahlpilze

Version 9/16

Prof.Christoph Gemperle
Dozent für Baustatik und Stahlbau ZHAW
Zur Kesselschmiede 35
8400 Winterthur

Inhaltsverzeichnis

1. Innenstützen	3
1.1 Geometrische Grundlagen	3
1.2 Modellüberlegungen.....	4
1.3 Mitwirkende Betondruckzone	6
1.4 Zusätzliche Tragkapazität im Pilzbereich.....	7
2. Randstützen.....	8
2.1 Geometrische Grundlagen	8
2.2 Modellüberlegungen.....	9
3. Eckstützen	10
3.1 Geometrische Grundlagen	10
3.2 Modellüberlegungen.....	10
4. Wandenden	11
4.1 Geometrische Grundlagen	11
4.2 Modellüberlegungen.....	11
5. Wand-Innenecken.....	11
5.1 Geometrische Grundlagen	11
5.2 Modellüberlegungen.....	12
6. Inneneckstützen.....	12
6.1 Geometrische Grundlagen	12
7. Schlussbemerkungen	13
Anhänge	
Anhang 1 : Formeln zur Berechnung von $V_{Rd,i}$ für Innenpilze	15
Anhang 2 : Mitwirkende Breiten für Betondruckzone	19
Anhang 3 : Vergleich der Grenzkriterien für $V_{Rd,max}$	20

1.2 Modellüberlegungen

Das Tragmodell basiert auf dem unteren Grenzwertsatz der Plastizitätstheorie, nach dem ein zulässiger Spannungszustand einen unteren Grenzwert der Traglast ergibt. Die Plastizität wird auf die Verteilung der Spannungen am Querschnitt angewendet, mit der Aufteilung der Querschnittsflächen in eine Zone für die Querkraft (Höhe h_v), eine Zone für die Zugkraft aus dem Moment (Höhe h_t) und eine Zone für die Druckkraft aus dem Moment (Höhe h_c). Die Druckzone besteht aus einem Verbundquerschnitt mit einer Betondruckbreite von b_c und der Stahlstegdicke T . Die Betondruckbreite b_c ergibt sich aus der Dübelwirkung des UNP-Profiles. Alle Teilzonen können in Funktion des Querkraftwiderstands V_{Rd} definiert werden, so dass sich aus der Bedingung $h_v + h_t + h_c = H$ eine Gleichung für V_{Rd} ergibt. Diese Bedingung wird an 3 massgebenden Stellen des Stegbleches gemäss Abb. 3 formuliert. Am Schnitt 1-1 wirkt die maximale Querkraft V_{Rd} gleichzeitig mit dem Moment $M_{Ed,1} = V_{Rd} \cdot (B - 2C_1 - H - D_s) / 2$, am Schnitt 2-2 wirkt die Querkraft $V_{Rd} \cdot (1 - H / (H + D_s))$ gleichzeitig mit dem Moment $M_{Ed,2} = V_{Rd} \cdot (B - 2C_1 - D_s) / 2 - q_{Ed} \cdot (H/2)^2 / 2$ und am Schnitt 3-3 wirkt noch das Moment $M_{Ed,3} = V_{Rd} \cdot (B - 2C_1) / 2 - q_{Ed} \cdot (H/2 + D_s/2)^2 / 2$.

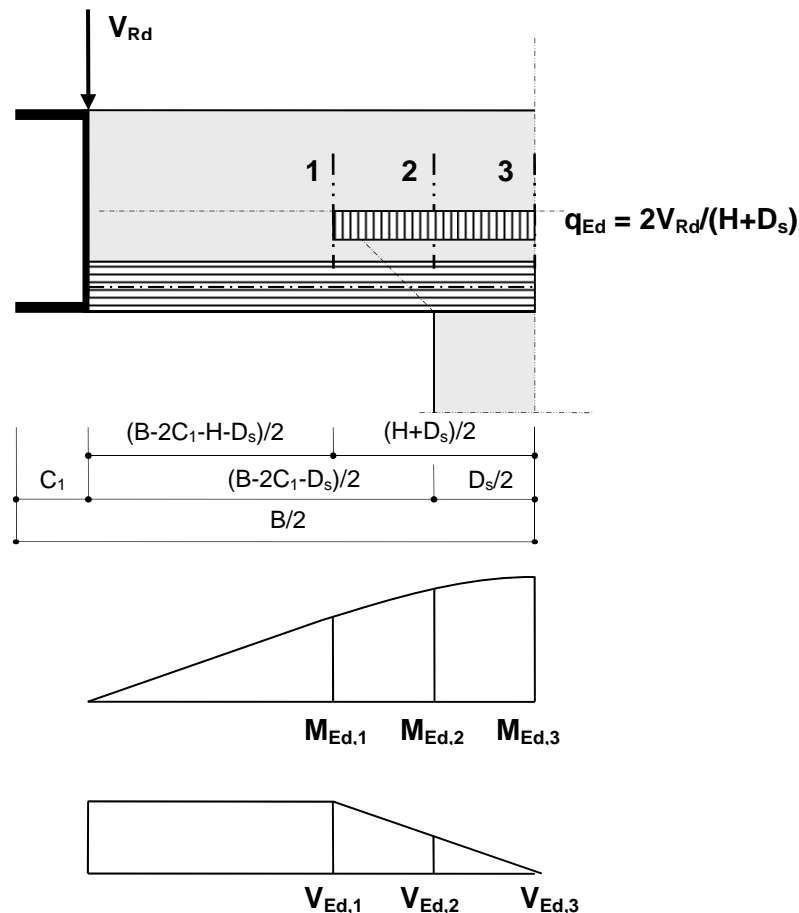


Abbildung 3: Schnittkräfte am Stegprofil

Die zugehörigen Formeln zur Berechnung der Pilztragwiderstände $V_{Rd,i}$ sind im Anhang 1 zusammengestellt.

Beim Einsetzen der Materialfestigkeiten muss beachtet werden, dass bei Blechdicken über 40 mm die Festigkeit abgemindert werden muss (gemäss SIA 263/2013, Ziffer 3.2.2.3, Tabelle 1).

Die Schubkapazität der Rand-UNP-Profile ist ein weiteres Grenzkriterium für die Tragkraft des Pilzes. Die Schubtragfähigkeit eines Walzprofiles ist gemäss EN 1993-1-1, Ziffer 6.2.6 (3) b) durch folgenden Wert gegeben:

$$V_{Rd,UNP} = A_v \cdot \tau_{yd}$$

mit $\tau_{yd} = f_{yd}/\sqrt{3}$

$$A_v = A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + r) \cdot t_f \quad (\text{für gewalzte U-Profile})$$

Diese Schubkapazität kann nur ausgenutzt werden, wenn die Interaktion von Schub und Biegung im UNP-Profil dem Fliesskriterium genügt. Dies ist der Fall, da das UNP in Verbund mit dem umgebenden Beton wirkt, und der Steg somit voll für den Schub zur Verfügung steht. Dies ist durch eine entsprechende Bewehrung in beiden Richtungen im Bereich des Pilzrandes sicherzustellen.

Pro Pilzsteg kann zweimal die Schubtragfähigkeit des Rand-UNP-Profils angeschlossen werden, so dass pro Pilzsteg ein Grenzwert von $V_{Rd,max} = 2 \cdot V_{Rd,UNP}$ resultiert.

Viermal der kleinste Wert aus ($V_{Rd,1}$; $V_{Rd,2}$; $V_{Rd,3}$; $V_{Rd,max}$) ergibt die Tragkraft des Pilzes.

Falls die Stützenabmessung so gross, resp. die Pilzabmessung so klein gewählt wird, dass der Schnitt 1-1 ausserhalb des Pilzes zu liegen kommt, ist als Abstand für das Biegemoment in 2-2 resp. 3-3 höchstens $(B-2C_1 - D_s)/2$ resp. $(B-2C_1)/2$ einzusetzen.

Die Kräfteinleitung von der Platte in den Pilz erfolgt über eine Abstützung in die untere Ecke des UNP-Profils. Das Kräftegleichgewicht kann wie folgt formuliert werden:

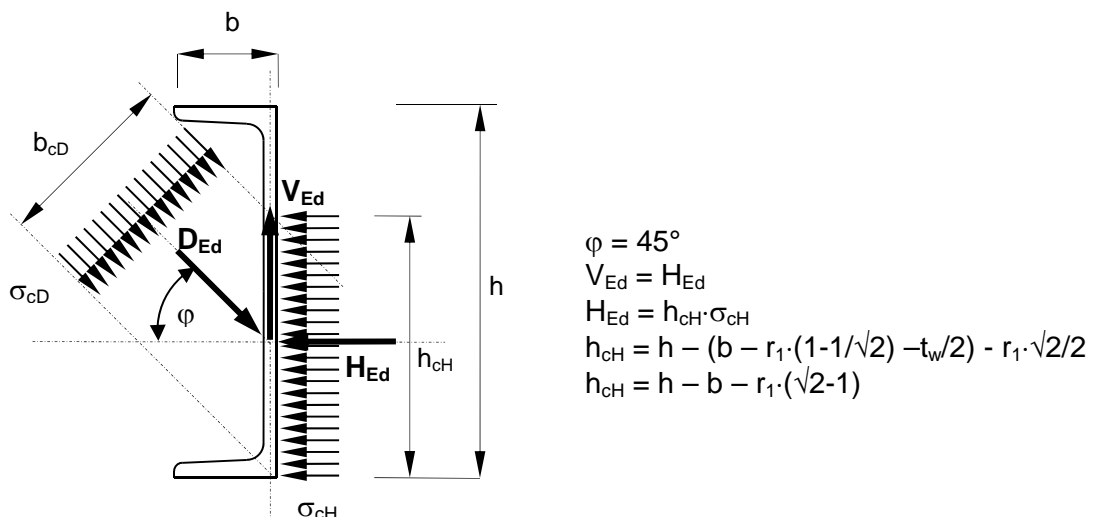


Abbildung 4: Modell für die Kräfteinleitung am Pilzrand

Der maximal erreichbare Wert V_{Ed} ergibt sich aus der Spannungsbegrenzung von $\sigma_{c,H}$ auf f_{cd} . Die Spannung $\sigma_{c,D}$ darf, abgestützt auf SIA 262/2013 Ziffer 4.2.1.11 einen erhöhten Wert erreichen. Sie wird jedoch nicht grösser als $\sqrt{2} \cdot f_{cd}$. Ein Vergleich dieses Kräfteinleitungskriteriums aus Betonversagen (σ_{cD}) mit der Schubkapazität der UNP-Stege zeigt (Anhang 3), dass immer der UNP-Steg massgebend wird. Ebenso ist aus diesem Vergleich ersichtlich, dass die Schubkapazität $V_{Rd,max}$ nur erreicht werden kann, wenn eine zusätzliche Schubbewehrung eingelegt wird, so dass immer eine Vertikalbewehrung zur Aufnahme der Ablenkraft am oberen Eck des Fachwerkmodelles vorhanden ist. Somit genügt das Kriterium des Schubversagens im UNP-Steg als oberer Grenzwert. Dieses Kriterium ist im Modell mit $V_{Rd,max}$ berücksichtigt.

1.3 Mitwirkende Betondruckzone

Die mitwirkende Betonbreite b_c aus der Verdübelung über das UNP ergibt sich aus dem Tragmodell gemäss Abbildung 5. Die Höhe h_{Dc} wird beschränkt durch die Tragfähigkeit des Steges. Bei $0.2r$ in der Ausrundung muss der Steg t_w die Kraft aus den Spannungen f_{cd} übernehmen. Die Bedingung lautet

$$\frac{1}{2} \cdot x_c^2 \cdot f_{cd} = \frac{1}{4} \cdot t_w^2 \cdot f_{yd}$$

und daraus

$$x_c = t_w \cdot \sqrt{\frac{f_{yd}}{2 \cdot f_{cd}}}$$

Die Höhe h_{Dc} ergibt sich dann aus

$$h_{Dc} = k + x_c - 0.2 \cdot r$$

Die Breite b_c ergibt sich aus der Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b_c}{2}\right)^2 \cdot h_{Dc} \cdot f_{cd} = W_{pl,L} \cdot f_{yd}$$

$W_{pl,L}$ ist das plastische Widerstandsmoment des L-Profiles, gebildet aus dem UNP-Flansch und der Stegbreite h_{Dc} . Die mitwirkenden Breiten der Betonzonen sind in Anhang 2 zusammengestellt.

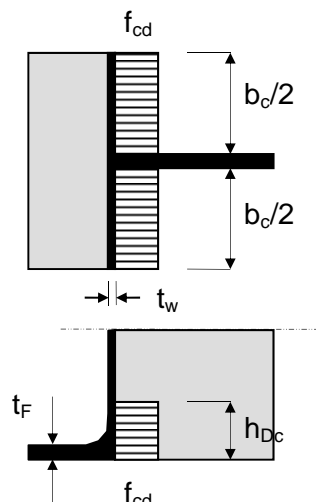


Abbildung 5: Modell für die Verdübelung, mitwirkende Betondruckzone

Es ist zu vermuten, dass mit diesem Modell die Dübelwirkung erheblich unterschätzt wird, da die erforderliche Biegeverformung des UNP-Flansches nicht in genügendem Masse auftritt und das Versagen auf Abscheren oder Abreissen erfolgt. Die Verdübelungswirkung müsste über Versuche überprüft werden. Die mitwirkenden Breiten gemäss Anhang 2 sind eher als konservative Werte zu betrachten.

1.4 Zusätzliche Tragkapazität im Pilzbereich

Obwohl SIA 262/2013 Ziffer 4.3.6.6.1 deutlich festhält, dass ohne besondere Untersuchungen nur der Widerstand der Stahlverstärkung berücksichtigt werden darf, ist offensichtlich, dass innerhalb der Stahlverstärkung eine Verbundwirkung auftreten muss, andernfalls würden sich die Stahlverstärkung und der Betonkörper unabhängig voneinander verformen.

Aus Versuchen ist aber zu erkennen, dass der Betonkörper innerhalb des Pilzes die Verformung desselben mitmacht, was erwarten lässt, dass auch der Betonkörper einen entsprechenden Beitrag zum Tragwiderstand leistet. Dieser Widerstand ist durch den Schubwiderstand $V_{Rd} = k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d$ begrenzt. Der massgebende Schnitt für das Abscheren des Betons liegt auf einem Kreis mit dem Umfang $u = \pi \cdot (D_s + H - a)$. Darin wird mit a eine allfällige Länge einer Aussparung auf dem Umfang des Abscherkreises berücksichtigt. Der zusätzliche Abscherwiderstand im Pilzbereich beträgt somit

$$V_{Rd,c} = k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d \cdot \pi \cdot (D_s + H - a).$$

Auch wenn die Schwächung nicht auf der Umfangslinie des Abscherkreises liegt, wird eine Abminderung nach obiger Formel empfohlen.

Falls der Widerstand des Betonkörpers innerhalb des Pilzes berücksichtigt wird, sollte dieser mit dem Wert $k_r = 1$ bestimmt werden, solange nicht andere Werte durch Versuche gerechtfertigt werden.

2.2 Modellüberlegungen

Für Randstützen werden in der Regel ½-Pilze verwendet.

Der Tragwiderstand eines ½-Pilzes setzt sich aus dem Widerstand des Stegbleches senkrecht zum Pilzrand und dem Widerstand der Stegbleche parallel zum Pilzrand zusammen. Der Widerstand der Stegbleche parallel zum Pilzrand rechnet sich analog zum Widerstand für Innenpilze, wobei die mitwirkende Betonbreite lediglich (2Ü-T) beträgt.

Das Modell für den Widerstand des Stegbleches senkrecht zum Pilzrand beruht auf Gleichgewichtsüberlegungen im Schnitt 1-1 gemäss Abb. 7. Links des Schnittes 1-1 wirkt nur der armierte Betonquerschnitt auf eine mitwirkende Breite von $(B_2 - 2C_1)$, rechts vom Schnitt 1-1 nur der Pilzsteg, der ein entsprechendes horizontales Kräftepaar (siehe Abb. 7) auf die Betondecke überträgt. Die untere Druckkraft D_{cu} wird in die untere Bewehrung eingeleitet.

Der reine Biegewiderstand links vom Schnitt 1-1 errechnet sich nach den üblichen Regeln für Beton-Rechteckquerschnitte

$$M_{Rd,Decke} = \frac{B_2 - 2 \cdot C_1}{1000} \cdot A_a \cdot f_{sd} \cdot \left(H_{Decke} - \ddot{u}_A - \frac{d_a}{2} - \frac{A_a}{2000} \cdot \frac{f_{sd}}{f_{cd}} \right)$$

mit: A_a untere Bewehrung senkrecht zum Plattenrand (mm^2/m')
 H_{Decke} Dicke der Betondecke
 \ddot{u}_A Überdeckung der Bewehrung (mm)
 d_a Durchmesser der unteren Bewehrung senkrecht zum Plattenrand (mm)

Die Biegekapazität $M_{Rd,Pilz}$ rechts vom Schnitt 1-1 ergibt sich aus der maximal möglichen Druckkraft D_{cu} , die durch die lokale Krafteinleitung vom Steg in das UNP-Profil begrenzt wird. Die zugehörige Druckkraft D_{co} wirkt ab dem oberen Rand der Decke, auf der ganzen Pilzbreite.

Der Anteil der Stützenkraft $V_{Rd,n}$, der aus dem Steg senkrecht zum Plattenrand resultiert, wirkt in der Mitte zwischen Stützenrand und Stegkreuzungspunkt. Damit ergibt sich bis zum Schnitt 1-1 ein Hebelarm von $e = A_{P-S} + 0.5 \cdot D_{sü}$. Das Moment im Schnitt 1-1 beträgt somit $M_{Rd,1-1} = V_{Rd,n} \cdot e$.

Der kleinere Wert aus $M_{Rd,Decke}$ und $M_{Rd,Pilz}$ ergibt das Kriterium zur Bestimmung von $V_{Rd,n}$. Zusätzlich ist zu kontrollieren, ob das Pilz-Stegblech die Querkraft $V_{Rd,n}$ in der Restfläche übernehmen kann.

Bei der Bestimmung der unteren Druckkraft D_{cu} wird die lokale Krafteinleitung als einziges Grenzkriterium berücksichtigt, da es kaum möglich ist, dass Betonversagen oder Flanschbiegung vor dem Abreissen des Steges zum Bruch führt. Das Kriterium der lokalen Krafteinleitung ergibt auch das Kriterium zur Bestimmung der Schweissnahtdicke im Anschluss zwischen Pilz-Steg und UNP-Profil, falls dazu Kehlnähte verwendet werden. Die lokale Krafteinleitung wird gemäss Abbildung 8 bestimmt.

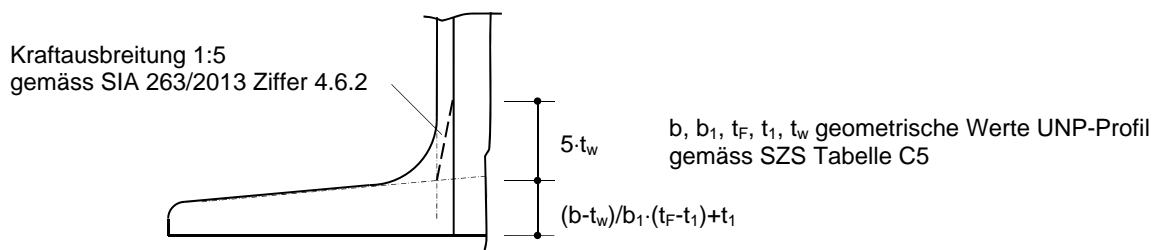


Abbildung 8: Lokale Krafteinleitung Pilzsteg - UNP-Profil

3. Eckstützen

3.1 Geometrische Grundlagen

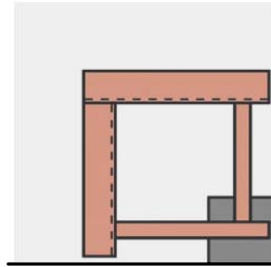


Abbildung 9: Situation bei Eckstützen

Für Eckstützen werden in der Regel $\frac{1}{4}$ -Pilze verwendet. Die geometrischen Grundlagen sind analog den $\frac{1}{2}$ - und $\frac{3}{4}$ -Pilzen.

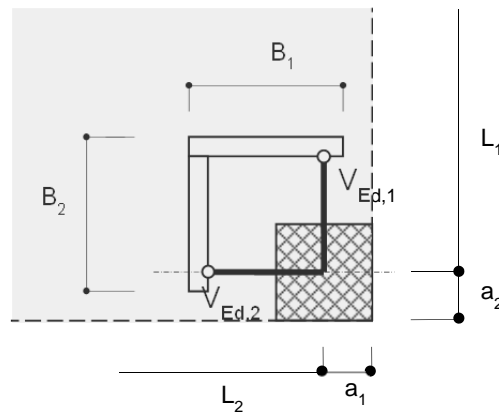


Abbildung 10: Abmessungen beim $\frac{1}{4}$ -Pilz

3.2 Modellüberlegungen

Beim $\frac{1}{4}$ -Pilz wird für die beiden wirksamen Stege nur das Modell für ein Stegblech senkrecht zum Pilzrand gemäss 2.2 ($\frac{1}{2}$ -Pilze) berücksichtigt. Dabei ist in beide Richtungen eine untere Bewehrung einzulegen, die aufgrund einer korrekten Biegebemessung der Decke bestimmt wird.

4. Wandenden

4.1 Geometrische Grundlagen

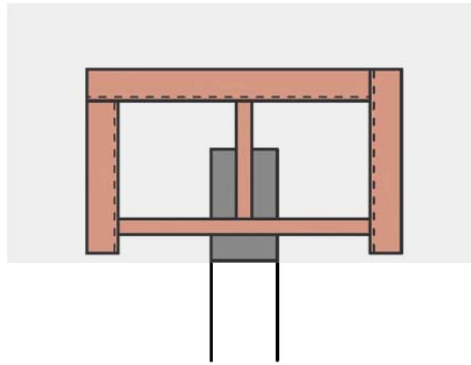


Abbildung 11: Situation bei Decken auf Wandenden

Für Deckenaufleger an Wandenden werden in der Regel $\frac{1}{2}$ -Pilze verwendet. Es gelten die gleichen geometrischen Verhältnisse wie bei Randpilzen (siehe Abschnitt 2).

4.2 Modellüberlegungen

Es gelten die gleichen Modellüberlegungen wie in 2.2.

5. Wand-Innenecken

5.1 Geometrische Grundlagen

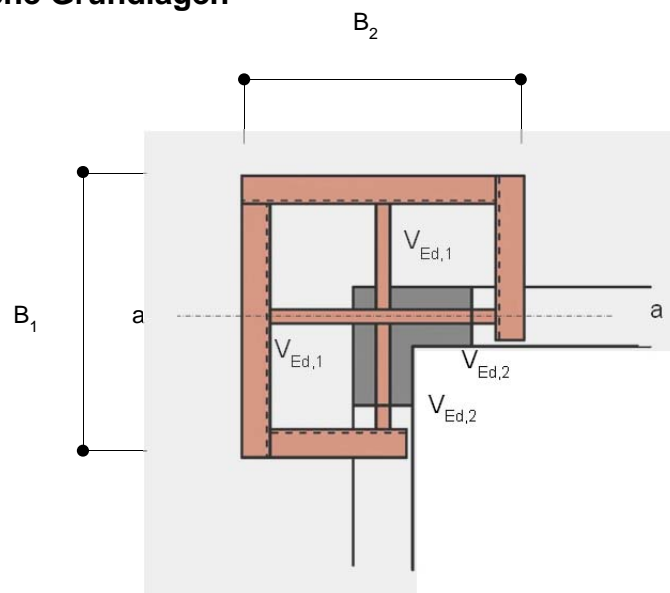


Abbildung 12: Situation bei Decken auf Wandenden

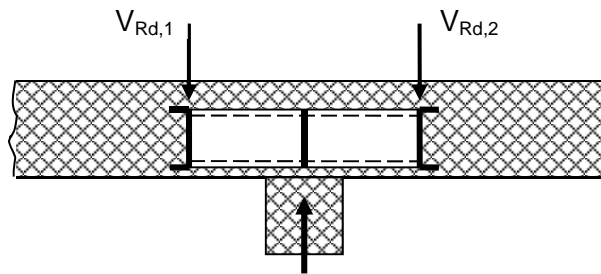


Abbildung 13: Schnitt a-a

5.2 Modellüberlegungen

Bei $\frac{3}{4}$ -Pilzen stellt sich die Frage, ob die beiden Enden an der einspringenden Deckenecke genügend Gegenkraft ($V_{Rd,2}$) entwickeln können, um das Gleichgewichtsmodell des Innenpilzes zu rechtfertigen.

Falls dies nicht der Fall ist, darf beim $\frac{3}{4}$ -Pilz lediglich zweimal der Tragwiderstand des Steges senkrecht zum Deckenrand gemäss 2.2 berücksichtigt werden. In Wirklichkeit wird sich eine Mischung aus den beiden Tragmodellen ergeben, dessen Wirkung nicht mehr mit einfachen Mitteln zu beschreiben ist. Der Tragwiderstand eines $\frac{3}{4}$ -Pilzes wird daher als Vereinfachung aus dem Mittelwert der beiden Modelle ermittelt. Der Maximalwert entspricht demjenigen aus dem Modell für den Innenpilz, jedoch mit reduzierter mitwirkender Betonbreite.

6. Inneneckstützen

6.1 Geometrische Grundlagen

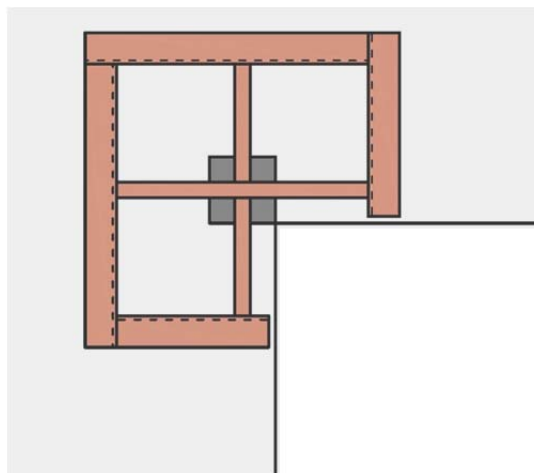


Abbildung 14: Situation bei Inneneckstütze

Inneneckstützen werden in der Regel mit $\frac{3}{4}$ -Pilzen ausgeführt. Das Modell entspricht demjenigen in Abschnitt 5.

7. Schlussbemerkungen

Anhand von einfachen Tragmodellen, basierend auf dem unteren Grenzwertsatz der Plastizitätstheorie wurden Regeln zur Ermittlung von Tragfähigkeiten von Stahlpilzen verschiedener Formen hergeleitet, die beim System FIDECA zum Einsatz kommen. Die Tragmodelle erlauben die Variation der wesentlichen Parameter und lassen daher die Einflüsse verschiedener Faktoren erkennbar werden.

Der Tragwiderstand der Stahlverstärkung berücksichtigt eine Verbundwirkung im Pilzbereich, die nicht im Widerspruch zu SIA 263/2013 Ziffer 4.3.6.6.1 steht. Der Beton wird lediglich auf reinen Druck berücksichtigt, ähnlich wie bei Stahl-Verbundträgern, und die Verdübelung wird über ein entsprechendes Verteilungsmodell hergeleitet.

Aus Verträglichkeitsüberlegungen ist zu vermuten, dass der Beton im Pilzbereich auch auf Schub einen Anteil an den Durchstanzwiderstand leistet. Es wird ein Vorschlag gemacht, wie dieser Anteil berücksichtigt werden könnte. Dieser Vorschlag basiert auf Beobachtungen an ausgeführten Versuchen, die Tragwiderstandswerte selbst sind allerdings nicht durch Versuche verifiziert worden.

Bei den Teilpilzen ist aus den Tragmodellen der Einfluss der unteren Bewehrung, die aus Gleichgewichtsgründen unabdingbar vorhanden sein muss, erkennbar. Die Berechnungen zeigen, dass die Teilpilze mehr als ihr aus der Geometrie vermutete Anteil eines Innenpilzes tragen. D.h. ein halber Pilz trägt mehr als die Hälfte eines Innenpilzes gleichen Typs.

Die Krafteinleitung von den Pilzstegen in die Stütze ist abhängig von der Ausbildung der Stütze selbst.

Bei Verwendung von Stahlverbundstützen oder Kernstahlstützen werden in der Regel die Pilze an die Stütze geschweisst. Die Bemessung der Krafteinleitung von den Pilzstegen in die Stahlprofile ist separat nach den Regeln der SIA 263/2013 zu führen.

Bei Verwendung von reinen Betonstützen wird der Pilz in der Regel in die Schalung eingelegt. In diesem Fall ist die Krafteinleitung in die Stütze nach den Regeln der Norm SIA 262/2013 zu führen. In den meisten Fällen ist eine Kraftverteilterplatte erforderlich, die unten an die Pilzstege geschweisst wird.


Die Dicke der Verteilplatte ist abhängig von der Betonfestigkeit in der Stütze.

Als einfache Näherung kann bei einer Innenstütze die erforderliche Plattendicke für eine Platte mit einem Viertel der Stützenfläche wie folgt ermittelt werden:

$$t_{pl} \geq \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot V_{Rd,Pilz}}{3 \cdot D_s \cdot t_w \cdot f_{cd}} - 1 \right) \cdot t_w$$

mit	$V_{Rd,Pilz}$	Tragwiderstand des gewählten Pilztypes in [N]
	D_s	Durchmesser der Stütze (bei Rechteckstützen der kleinere Wert der beiden Kantenlängen) in [mm]
	t_w	Dicke der Pilzstege in [mm]
	f_{cd}	Bemessungswert der Betonfestigkeit des Betons unter den Pilzstegen in [N/mm ²]

Bei ½- und ¼ -Pilzen ist der doppelte Wert von t_{pl} erforderlich.



Prof. Christoph Gemperle
Dozent für Baustatik und Stahlbau ZHAW

Anhang 1 Formeln zur Berechnung von $V_{Rd,i}$

Schnittkräfte im Schnitt 1-1

$$V_{Ed,1} = V_{Rd,1}$$

$$h_v = \frac{V_{Rd,1}}{T \cdot f_{yd} / \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{Rd,1}}{T \cdot f_{yd}}$$

$$M_{Ed,1} = V_{Rd,1} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - H - D_s}{2} \right]$$

$$h' = \frac{H + h_v}{2} = \frac{H + \frac{\sqrt{3} \cdot V_{Rd,1}}{T \cdot f_{yd}}}{2}$$

$$N_{Ed,1} = \frac{M_{Ed,1}}{h'} = V_{Rd,1} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - H - D_s}{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,1}} \right] \cdot T \cdot f_{yd}$$

$$h_t = \frac{N_{Ed,1}}{T \cdot f_{yd}} = V_{Rd,1} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - H - D_s}{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,1}} \right]$$

$$h_c \cdot [b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd}] = N_{Ed,1}$$

$$h_c = V_{Rd,1} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - H - D_s}{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,1}} \right] \cdot \frac{T \cdot f_{yd}}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})}$$

$$h_v + h_t + h_c = H = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{Rd,1}}{T \cdot f_{yd}} + V_{Rd,1} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - H - D_s}{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,1}} \right] + V_{Rd,1} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - H - D_s}{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,1}} \right] \cdot \frac{T \cdot f_{yd}}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})}$$

$$H = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{Rd,1}}{T \cdot f_{yd}} + V_{Rd,1} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - H - D_s}{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,1}} \right] \cdot \left[1 + \frac{T \cdot f_{yd}}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})} \right]$$

$$\frac{\sqrt{3} \cdot V_{Rd,1}}{T \cdot f_{yd}} \cdot \left[\frac{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,1}}{B - 2C_1 - H - D_s} \right] + V_{Rd,1} \cdot \left[1 + \frac{T \cdot f_{yd}}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})} \right] - H \cdot \left[\frac{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,1}}{B - 2C_1 - H - D_s} \right] = 0$$

$$V_{Rd,1}^2 \cdot \frac{3}{T \cdot f_{yd} \cdot (B - 2C_1 - H - D_s)} + V_{Rd,1} \cdot \left[1 + \frac{T \cdot f_{yd}}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})} \right] - \frac{T \cdot H^2 \cdot f_{yd}}{(B - 2C_1 - H - D_s)} = 0$$

$$V_{Rd,1}^2 \cdot \frac{3}{T \cdot f_{yd}} + V_{Rd,1} \cdot \left[1 + \frac{T \cdot f_{yd}}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})} \right] \cdot (B - 2C_1 - H - D_s) - T \cdot H^2 \cdot f_{yd} = 0$$

Schnittkräfte im Schnitt 2-2

$$V_{Ed,2} = V_{Rd,2} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right) \quad q_{Ed} = \frac{2 \cdot V_{Rd,2}}{(H + D_s)}$$

$$h_v = \frac{V_{Rd,2}}{T \cdot f_{yd} / \sqrt{3}} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right) = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{Rd,2}}{T \cdot f_{yd}} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)$$

$$M_{Ed,2} = V_{Rd,2} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - D_s}{2} \right] - \frac{1}{2} \cdot q_{Ed} \cdot \left(\frac{H}{2}\right)^2 = V_{Rd,2} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - D_s}{2} - \frac{H^2}{4 \cdot (H + D_s)} \right]$$

$$h' = \frac{H + h_v}{2} = \frac{H + \frac{\sqrt{3} \cdot V_{Rd,2}}{T \cdot f_{yd}} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)}{2}$$

$$N_{Ed,2} = \frac{M_{Ed,2}}{h'} = V_{Rd,2} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - D_s - \frac{H^2}{2 \cdot (H + D_s)}}{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,2} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)} \right] \cdot T \cdot f_{yd}$$

$$h_t = \frac{N_{Ed,2}}{T \cdot f_{yd}} = V_{Rd,2} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - D_s - \frac{H^2}{2 \cdot (H + D_s)}}{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,2} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)} \right]$$

$$h_c \cdot [b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd}] = N_{Ed,2}$$

$$h_c = V_{Rd,2} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - D_s - \frac{H^2}{2 \cdot (H + D_s)}}{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,2} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)} \right] \cdot \frac{T \cdot f_{yd}}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})}$$

$$h_v + h_t + h_c = H = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{Rd,2} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)}{T \cdot f_{yd}} + V_{Rd,2} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - D_s - \frac{H^2}{2 \cdot (H + D_s)}}{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,2} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)} \right] + V_{Rd,2} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - D_s - \frac{H^2}{2 \cdot (H + D_s)}}{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,2} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)} \right] \cdot \frac{T \cdot f_{yd}}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})}$$

$$H = \frac{\sqrt{3} \cdot V_{Rd,2} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)}{T \cdot f_{yd}} + V_{Rd,2} \cdot \left[\frac{B - 2C_1 - D_s - \frac{H^2}{2 \cdot (H + D_s)}}{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,2} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)} \right] \cdot \left[1 + \frac{T \cdot f_{yd}}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})} \right]$$

$$\frac{\sqrt{3} \cdot V_{Rd,2} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)}{T \cdot f_{yd}} \cdot \left[\frac{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,2} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)}{B - 2C_1 - D_s - \frac{H^2}{2 \cdot (H + D_s)}} \right] + V_{Rd,2} \cdot \left[1 + \frac{T \cdot f_{yd}}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})} \right] - H \cdot \left[\frac{H \cdot T \cdot f_{yd} + \sqrt{3} \cdot V_{Rd,2} \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)}{B - 2C_1 - D_s - \frac{H^2}{2 \cdot (H + D_s)}} \right] = 0$$

$$V_{Rd,2}^2 \cdot \frac{3 \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)^2}{T \cdot f_{yd} \cdot \left(B - 2C_1 - D_s - \frac{H^2}{2 \cdot (H + D_s)}\right)} + V_{Rd,2} \cdot \left[1 + \frac{T \cdot f_{yd}}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})} \right] - \frac{T \cdot H^2 \cdot f_{yd}}{\left(B - 2C_1 - D_s - \frac{H^2}{2 \cdot (H + D_s)}\right)} = 0$$

$$V_{Rd,2}^2 \cdot \frac{3 \cdot \left(1 - \frac{H}{H + D_s}\right)^2}{T \cdot f_{yd}} + V_{Rd,2} \cdot \left[1 + \frac{T \cdot f_{yd}}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})} \right] \cdot \left(B - 2C_1 - D_s - \frac{H^2}{2 \cdot (H + D_s)}\right) - T \cdot H^2 \cdot f_{yd} = 0$$

$$V_{Rd,2}^2 \cdot \frac{3 \cdot \left(\frac{D_s}{H + D_s}\right)^2}{T \cdot f_{yd}} + V_{Rd,2} \cdot \left[1 + \frac{T \cdot f_{yd}}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})} \right] \cdot \left(B - 2C_1 - D_s - \frac{H^2}{2 \cdot (H + D_s)}\right) - T \cdot H^2 \cdot f_{yd} = 0$$

Schnittkräfte im Schnitt 3 - 3

$$V_{Ed,3} = 0 \quad q_{Ed} = \frac{2 \cdot V_{Rd,3}}{(H + D_s)} \quad h_v = 0 \quad h' = \frac{H}{2}$$

$$M_{Ed,1} = V_{Rd,3} \cdot \left[\frac{B - 2C_1}{2} \right] - \frac{1}{2} \cdot q_{Ed} \cdot \left(\frac{H + D_s}{2} \right)^2 = V_{Rd,3} \cdot \left[\frac{B - 2C_1}{2} - \frac{H + D_s}{4} \right]$$

$$N_{Ed,3} = \frac{M_{Ed,3}}{h'} = V_{Rd,3} \cdot \left[\frac{B - 2C_1}{2} - \frac{H + D_s}{4} \right] \cdot \frac{2}{H} = V_{Rd,3} \cdot \left[B - 2C_1 - \frac{H + D_s}{2} \right] \cdot \frac{1}{H}$$

$$h_t = \frac{N_{Ed,3}}{T \cdot f_{yd}} = V_{Rd,3} \cdot \left[B - 2C_1 - \frac{H + D_s}{2} \right] \cdot \frac{1}{H \cdot T \cdot f_{yd}}$$

$$h_c \cdot [b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd}] = N_{Ed,3}$$

$$h_c = V_{Rd,3} \cdot \left[B - 2C_1 - \frac{H + D_s}{2} \right] \cdot \frac{1}{H} \cdot \frac{1}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})}$$

$$h_v + h_t + h_c = H = V_{Rd,3} \cdot \left[B - 2C_1 - \frac{H + D_s}{2} \right] \cdot \frac{1}{H \cdot T \cdot f_{yd}} + V_{Rd,3} \cdot \left[B - 2C_1 - \frac{H + D_s}{2} \right] \cdot \frac{1}{H} \cdot \frac{1}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})}$$

$$H = V_{Rd,3} \cdot \left[B - 2C_1 - \frac{H + D_s}{2} \right] \cdot \frac{1}{H} \cdot \left(\frac{1}{T \cdot f_{yd}} + \frac{1}{(b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})} \right)$$

$$V_{Rd,3} = \frac{H^2 \cdot T \cdot f_{yd} \cdot (b_c \cdot f_{cd} + T \cdot f_{yd})}{\left(B - 2C_1 - \frac{H + D_s}{2} \right) \cdot (b_c \cdot f_{cd} + 2 \cdot T \cdot f_{yd})}$$

Anhang 2 Mitwirkende Breiten für Betondruckzone
(gemäss Abschnitt 1.3)

UNP	C 25/30		C 30/37	
	S355 b_c mm	S460 b_c mm	S355 b_c mm	S460 b_c mm
100	186.7	208.4	173.9	193.1
120	202.0	224.8	188.3	208.6
140	224.1	250.1	208.8	231.7
160	239.6	267.4	223.1	247.7
180	256.8	286.5	239.1	265.4
200	273.9	305.5	255.1	283.1
220	294.1	328.2	273.9	304.0
240	311.2	347.2	289.9	321.7
260	331.4	369.9	308.7	342.7
280	353.5	395.1	329.2	365.7
300	375.5	420.1	349.6	388.7
320	377.2	419.3	351.7	389.4
380	380.1	422.3	354.3	392.2
400	414.1	461.2	385.9	427.8

Anhang 3 Vergleich der Grenzkriterien für $V_{Rd,max}$

Stahlqualität S 355 $f_{yd} = 338 \text{ N/mm}^2$ $\tau_{Rd} = 195.2 \text{ N/mm}^2$

UNP	A mm ²	h mm	b mm	r ₁ mm	t _f mm	t _w mm	h _{cH} mm	B _{min} mm	d _{Pl} mm	A _V mm ²	V _{Rd,max} kN	σ _{cD} N/mm ²	τ _{Ed} N/mm ²
100	1350	100	50	4.5	8.5	6.0	51.1	600.0	195.0	623	243	13.5	1.47
120	1700	120	55	4.5	9.0	7.0	66.6	600.0	215.0	854	333	14.4	1.77
140	2040	140	60	5.0	10.0	7.0	81.4	600.0	235.0	1010	394	14.3	1.87
160	2400	160	65	5.5	10.5	7.5	96.5	600.0	255.0	1224	478	14.9	2.03
180	2800	180	70	5.5	11.0	8.0	111.7	600.0	275.0	1469	574	15.8	2.19
200	3220	200	75	6.0	11.5	8.5	126.8	600.0	295.0	1725	673	16.7	2.34
220	3740	220	80	6.5	12.5	9.0	141.8	600.0	315.0	2009	784	17.8	2.48
240	4230	240	85	6.5	13.0	9.5	157.1	700.0	335.0	2313	903	15.3	2.39
260	4830	260	90	7.0	14.0	10.0	172.1	700.0	355.0	2646	1033	16.3	2.52
280	5330	280	95	7.5	15.0	10.0	186.9	800.0	375.0	2855	1115	13.8	2.32
300	5880	300	100	8.0	16.0	10.0	201.7	900.0	395.0	3096	1209	12.1	2.18
320	7580	320	100	8.8	17.5	14.0	223.4	900.0	415.0	4631	1808	16.4	3.02
380	8040	380	102	8.0	16.0	13.5	281.4	1000.0	475.0	5248	2049	12.9	2.62
400	9150	400	110	9.0	18.0	14.0	293.3	1000.0	495.0	5766	2251	13.9	2.73

$V_{Rd,max}$ Ist der maximale Schubwiderstand, der durch 2 UNP-Stege erreicht werden kann
($V_{Rd,max} = 2 \cdot A_V \cdot \tau_{Rd}$)

σ_{cD} ist die Betonspannung in der Druckdiagonalen gemäss Abb. 4, wenn $V_{Rd,max}$ erreicht wird

τ_{Ed} ist die Schubspannung in der Platte im massgebenden Schnitt um den Pilz, wenn $V_{Rd,max}$ erreicht wird

Schlussfolgerungen:

Die Spannung σ_{cD} in der Druckdiagonalen wird nicht massgebend

Die Querkraft $V_{Rd,max}$ kann nur erreicht werden, wenn eine zusätzliche Schubbewehrung eingelegt wird ($\tau_{Ed} > \tau_{cd}$). Damit sind Bewehrungskörbe erforderlich und es ist eine Vertikalbewehrung am oberen Knotenpunkt des Fachwerkmodelles vorhanden.

Die Krafteinleitung vom Beton in den Pilzrand wird nicht massgebend.

Das Kriterium $V_{Rd,max}$ genügt als obere Grenze

